

# Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit heißer Gase aus der Temperaturgrenzschicht im Stoßrohr

G. SMEETS

Deutsch-Französisches Forschungsinstitut St. Louis, Ht. Rhin, Frankreich

(Z. Naturforschg. 20 a, 683—689 [1965]; eingegangen am 4. Februar 1965)

Es wird eine Theorie der reinen Temperaturgrenzschicht entwickelt, wie sie sich nach der Reflexion der Stoßwelle am geschlossenen Ende des Stoßrohres ausbildet. Dann wird das Interferenzbild berechnet, das entsteht, wenn man die Temperaturgrenzschicht im Differentialinterferometer betrachtet.

Da die Temperaturgrenzschicht und deren Interferenzbild von der Wärmeleitfähigkeit des im Stoßrohr befindlichen Gases abhängen, kann man aus den Interferenzaufnahmen auf die Wärmeleitfähigkeit schließen. Es wird dafür ein allgemeines Verfahren angegeben. Dann wird am Beispiel der Luft die Wärmeleitfähigkeit im Temperaturintervall  $1140^{\circ}\text{K} \leq T \leq 6075^{\circ}\text{K}$  und bei der Dichte  $\varrho = 1/10 \varrho_N$  bestimmt.

Die Eigenschaften heißer Gase sind beim heutigen Stand der Forschung immer noch unvollständig bekannt. Während das thermodynamische Verhalten, das durch die thermische und kalorische Zustandsgleichung beschrieben wird, bis hinauf zu hohen Temperaturen mit zufriedenstellender Genauigkeit mittels der Statistik berechnet werden kann<sup>1</sup>, besteht bezüglich der Transporteigenschaften noch eine große Unsicherheit.

So ist z. B. die Wärmeleitfähigkeit in Luft nur für Temperaturen unterhalb  $2000^{\circ}\text{K}$  mit einiger Genauigkeit berechnet und experimentell bestimmt worden. Es bietet sich die Möglichkeit an, zur Messung der Wärmeleitfähigkeit heißer Gase die Temperaturgrenzschicht zu benutzen, die nach der Reflexion des Stoßes an der Endwand eines Stoßrohres entsteht. Denn diese muß in bestimmter Weise von der Wärmeleitfähigkeit des Gases abhängen. Zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit wird hier der folgende Weg beschritten.

Es wird eine Theorie der betrachteten Temperaturgrenzschicht aufgestellt, um den Einfluß der Wärmeleitfähigkeit auf die Temperaturverteilung in der Grenzschicht zu kennen. Nimmt man nun einen willkürlichen Wert für die Wärmeleitfähigkeit an, so ergibt sich eine bestimmte zugehörige Temperaturverteilung in der Grenzschicht. Daraus läßt sich die damit verbundene Dichteverteilung und mit Hilfe des Zusammenhangs zwischen Dichte und Brechungsindex das zu erwartende Aussehen der Grenzschicht

auf Interferenzaufnahmen bestimmen. Es wurden mit einem Differentialinterferometer eine Reihe von Interferenzaufnahmen der Grenzschicht gemacht. Der Vergleich der experimentell gewonnenen Interferenzkurven mit den berechneten gibt Auskunft darüber, ob der eingangs willkürlich gewählte Wert der Wärmeleitfähigkeit richtig war.

Die in der vorliegenden Arbeit mit diesem indirekten Meßverfahren experimentell bestimmten Werte für die Wärmeleitfähigkeit in Luft gelten für die Dichte  $\varrho = 1/10 \varrho_N$  und erstrecken sich auf das Temperaturintervall  $1140^{\circ}\text{K} \leq T \leq 6075^{\circ}\text{K}$ .

## Theorie der Temperaturgrenzschicht

Durch die Reflexion der Stoßwelle an der ebenen Endwand des Stoßrohres wird ein homogenes Paket heißen Gases erzeugt, das an die kalte Endwand angrenzt.

Die Unstetigkeit der Temperatur in der Trennfläche zur Zeit  $t = 0$  (Reflexion der Stoßwelle) verschwindet momentan, und mit fortschreitender Zeit breitet sich der Temperaturausgleich immer weiter ins Innere des Gases und der Wand hinein aus. Man spricht von einer Temperaturgrenzschicht, die mit der Zeit anwächst.

Um eine Verkomplizierung der Theorie zu vermeiden, macht man zweckmäßigerweise folgende Voraussetzungen:

- a) Der Druck  $p$  des Gases ist konstant.
- b) Die Strömungsgeschwindigkeiten sind so klein, daß die Zähigkeit und der Staudruck vernachlässigt werden dürfen.

<sup>1</sup> J. G. LOGAN JR. u. C. E. TREANOR, Tables of Thermodynamic Properties of Air, Cornell Aeronautical Lab., Rep. No. BE 1007-A-3 (Jan. 1957). — J. HILSENRATH u. C. W. BECKETT, Nat. Bur. Stand. Circ. 564 [1955].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

- c) Das Gas bleibt bei allen Zustandsänderungen im Gleichgewicht.

Alle drei Voraussetzungen sind im allerersten Augenblick der Größenordnung  $10^{-6}$  Sekunden nicht erfüllt. Dort gilt also die folgende Theorie nicht. Zu späteren Zeiten sind sie dagegen sehr gut erfüllt.

Über die Art des Gases und dessen Zustandsgleichung wird nichts vorausgesetzt. Unter den genannten drei Voraussetzungen lauten die Erhaltungssätze von Energie und Masse:

$$\varrho \frac{dh}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{Energiesatz}), \quad (1)$$

$$\frac{d\varrho}{dt} + \varrho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{Kontinuitätsgleichung}). \quad (2)$$

Der Impulssatz ist wegen der Voraussetzungen a) und b) identisch erfüllt. Die Eigenschaften des Gases werden ausgedrückt durch

$$p = Z \varrho R T, \quad h = \int c_p dT. \quad (3)$$

Die Größen  $h$ ,  $c_p$ ,  $k$  bedeuten spezifische Enthalpie, spezifische Wärme bei konstantem Druck und Wärmeleitfähigkeit.  $Z$  ist die sogenannte Kompressibilität, und die Konstante  $R$  stellt die spezifische Gaskonstante dar, die als das Verhältnis von allgemeiner Gaskonstante und Molmasse definiert ist.  $c_p$ ,  $k$  und  $Z$  sind Funktionen des Druckes und der Temperatur.

Das System der beiden partiellen Diff.-Gln. (1) und (2) lässt sich durch zweimalige Koordinatentransformation auf eine einzige gewöhnliche Differentialgleichung reduzieren. Die Transformationen lauten:

$$x^* = \frac{1}{\varrho_\infty} \int_0^x \varrho dx \quad \text{mit } \varrho_\infty = \text{const}, \quad (4)$$

$$\tau^* = x^*/\sqrt{t}. \quad (5)$$

Für  $T(\tau^*)$  erhält man die Differentialgleichung

$$T'' + r(T) T'^2 + s(T) \tau^* T' = 0 \quad (6)$$

mit

$$r(T) = \frac{\partial}{\partial T} \ln \left[ \frac{k}{Z T} \right], \quad (7)$$

$$s(T) = \frac{c_p p Z T}{2 k R Z_\infty^2 T_\infty^2}.$$

Der Index  $\infty$  bezieht sich auf das heiße Gas außerhalb der Grenzschicht. Sind die Funktionen  $r(T)$  und  $s(T)$  bekannt, so ist der Temperaturverlauf  $T(\tau^*)$  durch (6) und die beiden Randbedingungen

$$\begin{aligned} T &\rightarrow T_\infty \quad \text{für } \tau^* \rightarrow \infty, \\ T &= T_w \quad \text{für } \tau^* = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

eindeutig bestimmt und kann zumindest numerisch berechnet werden.

Der durch (6) beschriebene Temperaturverlauf in der Grenzschicht strebt asymptotisch einer einfachen Gesetzmäßigkeit zu, wenn man zum Rand der Grenzschicht gelangt. Der Rand der Grenzschicht ist dadurch charakterisiert, daß dort die Temperatur nur wenig von der Temperatur außerhalb der Grenzschicht  $T_\infty$  abweicht. Die Ableitungen der Temperatur  $T'$  und  $T''$  sind dort klein. Man kann das Glied mit  $T'^2$  gegenüber den beiden anderen Gliedern vernachlässigen. Die Funktion  $s(T)$  kann als konstant angesehen werden. Aus (6) entsteht die lineare Differentialgleichung

$$T'' + s_\infty \tau^* T' = 0 \quad \text{mit } s_\infty = \frac{c_p \infty \cdot \varrho_\infty}{2 k_\infty}. \quad (9)$$

Ihre Lösung lautet:

$$\frac{T(\tau^*) - C}{T_\infty - C} = \frac{\sqrt{s_\infty/2} \cdot \tau^*}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{s_\infty/2} \cdot \tau^*} \exp(-y^2) dy = \operatorname{erf}[\sqrt{s_\infty/2} \cdot \tau^*]. \quad (10)$$

Die Konstante  $C$  läßt sich im allgemeinen nur näherungsweise bestimmen. Man findet in guter Näherung:

$$T_\infty - C = \frac{\frac{\int_{T_w}^{T_\infty} (k/Z T) dT}{k_\infty/Z_\infty T_\infty}}{\frac{(2/\sqrt{\pi}) \int_0^\infty \exp\{-g^2\} [s(T_0)/s_\infty] 2 g dg}{\int_0^\infty \exp\{-g^2\} 2 g dg}}. \quad (11)$$

mit  $T_0 = T_w + (T_\infty - T_w) \operatorname{erf} g$ .

Der Index  $w$  bezieht sich auf die Gaseigenschaften an der Wand.

Auf den Interferenzaufnahmen der Temperaturgrenzschicht wird im wesentlichen nur der Grenz-

schichtrand sichtbar. Im Innern der Grenzschicht ist nämlich der Dichteanstieg so stark, daß die parallel zur Wand einfallenden Lichtstrahlen zur Wand hin abgelenkt werden und von diesem Bereich der Grenzschicht kein Bild vermitteln können. Der auf den

Interferenzaufnahmen sichtbare Teil der Grenzschicht wird also im wesentlichen durch (10) beschrieben.

Will man das Aussehen der Temperaturgrenzschicht auf Interferenzaufnahmen berechnen, muß man zunächst den Verlauf des Brechungsindex kennen, der mit dem Temperaturverlauf in (10) verbunden ist. Den Zusammenhang zwischen Temperatur und Brechungsindex eines Gases liefern die Gleichungen:

$$p = Z \varrho R T, \quad n - 1 = G \varrho. \quad (12), (13)$$

$Z$  und  $G$  sind Funktionen des Druckes und der Temperatur.  $G$  hängt außerdem noch schwach von der Wellenlänge ab. Bei niedrigen Temperaturen geht  $G$  in die sogenannte GLADSTONE-DALE-Konstante über<sup>2</sup>.

Ausgehend von (12) und (13) kann man zeigen, daß für den Verlauf des Brechungsindex am Grenzschichtrand eine Gleichung derselben Bauart wie (10) gilt:

$$\frac{n(\tau^*) - D}{n_\infty - D} = \operatorname{erf} [\sqrt{s_\infty/2} \cdot \tau^*]. \quad (14)$$

Zwischen  $C$  und  $D$  besteht der Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \frac{n_\infty - D}{T_\infty - C} &= \varrho_\infty \left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_{p, \infty} \\ &\quad - \varrho_\infty G_\infty \left[ \frac{1}{T_\infty} + \frac{1}{Z_\infty} \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{p, \infty} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

### Sichtbarkeit der Temperaturgrenzschicht im Differentialinterferometer

Das Gesichtsfeld eines mit WOLLASTON-Prismen arbeitenden Differentialinterferometers ist mit einer Schar gerader äquidistanter Interferenzstreifen erfüllt, wenn sich im Strahlengang der Brechungsindex nicht ändert. Man kann die Interferenzstreifen durch den analytischen Ausdruck:

$$z = x \operatorname{tg} \beta + m a \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \pm \dots) \quad (16)$$

beschreiben.  $\beta$  und  $a$  sind Konstanten des Interferometers. Ein Verlauf des Brechungsindex in  $x$ -Richtung  $n(x)$  verursacht in (16) ein Zusatzglied:

$$z = x \operatorname{tg} \beta + m a + b [n(x + e) - n(x - e)]. \quad (17)$$

$b$  und  $e$  sind Konstanten der optischen Anordnung. Das Zusatzglied bedeutet am Orte  $x$  eine Streifenverschiebung, die der Differenz des Brechungsindexes an den beiden Nachbarstellen  $x + e$  und  $x - e$  proportional ist.

Verwendet man die Gln. (11), (14), (15) und benutzt die für den Grenzschichtrand gültige Beziehung  $\tau^* = x/\sqrt{s_\infty/2 t} + c$ , so kann man (17) umformen in

$$z = x \operatorname{tg} \beta + b L M N$$

$$\cdot \{ \operatorname{erf} [\sqrt{s_\infty/2 t} (x + e)] - \operatorname{erf} [\sqrt{s_\infty/2 t} (x - e)] \} \quad (18)$$

mit den Abkürzungen

$$L = \varrho_\infty G_\infty Z_\infty \left[ T_\infty \left( \frac{\partial}{\partial T} \ln \frac{G}{Z} \right)_{p, \infty} - 1 \right],$$

$$M = \frac{1}{k_\infty} \int_{T_w}^{T_\infty} \frac{k}{Z T} dT,$$

$$N = \frac{\exp \left[ \int_0^\infty (1 - [s(T_0)/s_\infty]) 2 g dg \right]}{(2/\sqrt{\pi}) \int_0^\infty \exp \left[ -\int_0^g [s(T_0)/s_\infty] 2 g dg \right] dg}.$$

Dabei ist  $m = 0$  und  $c = 0$  angenommen, d. h. Gl. (18) beschreibt den zentralen Interferenzstreifen in einem verschobenen Koordinatensystem.

Wie die Gleichung erkennen läßt, werden die Interferenzstreifen am Grenzschichtrand wesentlich durch zwei Faktoren bestimmt. Der entscheidendste Faktor ist der Klammerausdruck:

$$\{ \operatorname{erf} [\sqrt{s_\infty/2 t} (x + e)] - \operatorname{erf} [\sqrt{s_\infty/2 t} (x - e)] \}.$$

Er besteht aus der Differenz zweier Fehlerfunktionen, in deren Argument als Gaseigenschaft nur die Größe  $s_\infty = c_{p, \infty} \varrho_\infty / 2 k_\infty$  eingeht. Er hängt also nur von den Eigenschaften des heißen Gases am Rand der Grenzschicht ab.

Der andere Faktor ist das Produkt  $b L M N$ .  $b$  enthält nur die Eigenschaften der Optik,  $L$  hängt wiederum von den Eigenschaften des Gases am Grenzschichtrand ab.  $M$  und  $N$  dagegen enthalten Integrale, die über den gesamten Temperaturbereich bzw. über die gesamte Grenzschicht integrieren. Sie hängen demgemäß auch von den Eigenschaften des Gases im gesamten Temperaturbereich ab.

### Auswerteverfahren

Man stellt sich eine zweiparametrische Kurvenschar her. Parameter sind  $s_\infty/2 t$  und  $H = b L M N$ . Abb. 1 zeigt eine solche Kurvenschar, wobei  $H$  im Intervall  $10 \text{ cm} \leqq H \leqq 40 \text{ cm}$  und  $s_\infty/2 t$  im Intervall  $100 \text{ cm}^{-2} \leqq s_\infty/2 t \leqq 400 \text{ cm}^{-2}$  variieren. Die Kurven sind vergrößert dargestellt.

<sup>2</sup> R. A. ALPHER u. D. R. WHITE, Phys. Fluids 2, 153 [1958].

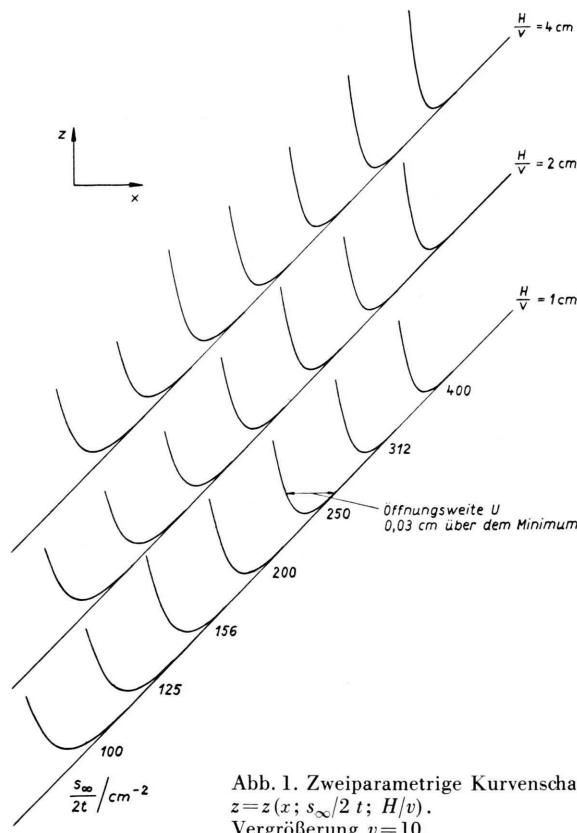


Abb. 1. Zweiparametrische Kurvenschar  
 $z=z(x; s_{\infty}/2 t; H/v)$ .  
 Vergrößerung  $v=10$ .

Die Kurvenschar läßt erkennen, daß die Kurvenform wesentlich stärker vom Parameter  $s_{\infty}/2 t$  als vom Parameter  $H$  abhängt. Um darüber eine präzisere Aussage machen zu können, muß ein Maß für die Form der Kurven, die sich im wesentlichen ja nur durch ihre Krümmung unterscheiden, eingeführt

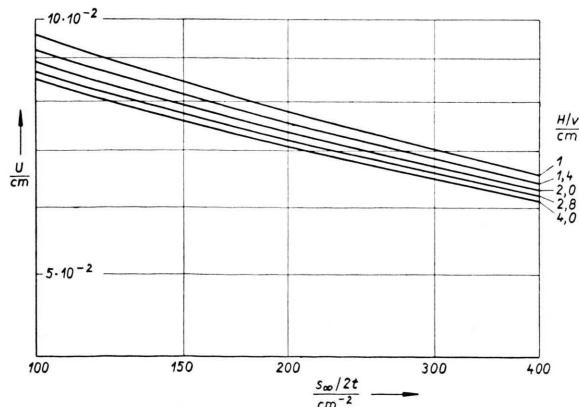


Abb. 2. Öffnungsweite  $U$  der theoretischen Kurven 0,03 cm über dem Minimum in Abhängigkeit von den Parametern  $s_{\infty}/2 t$  und  $H/v$ .

werden. Als ein solches Maß für die Krümmung kann die Öffnungsweite  $U$  0,03 cm über dem Minimum der Kurven dienen.

In Abb. 2 ist  $U$  in Abhängigkeit der beiden Parameter dargestellt. Man ersieht daraus, daß der Einfluß des Parameters  $s_{\infty}/2 t$  etwa viermal so groß ist wie der von  $H$ . Für das folgende ist dies sehr wichtig.

Die Wärmeleitfähigkeit  $k$  ist in beiden Parametern enthalten. Der Parameter

$$s_{\infty}/2 t = c_p, \infty \varrho_{\infty}/4 k_{\infty} t$$

hängt in sehr übersichtlicher Weise von  $k_{\infty}$  ab. Er ist der Wärmeleitfähigkeit umgekehrt proportional. Der Parameter  $H = b L M N$  dagegen hängt über die Größen  $M$  und  $N$  in recht komplizierter Weise von der Wärmeleitfähigkeit ab. In  $H$  steckt neben dem Wert  $k_{\infty}$  auch noch der gesamte Temperaturverlauf  $k(T)$  bei niedrigeren Temperaturen. Diesen muß man bereits bestimmt haben, etwa in der Weise, daß man eine Serie von Interferenzaufnahmen mit aufsteigender Temperatur  $T_{\infty}$  schon ausgewertet hat. Der Umstand, daß der Parameter  $s_{\infty}/2 t$  die Kurvenform weit stärker beeinflußt als  $H$ , wirkt sich nun günstig aus. Denn ein Fehler in der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit bei niedrigeren Temperaturen hat nur einen schwachen Einfluß auf die Bestimmung von  $k_{\infty}$ .

Zur Bestimmung von  $k_{\infty}$  geht man am besten so vor, daß man die auszuwertende experimentelle Kurve mit einer der Kurven aus der Kurvenschar zur Deckung zu bringen sucht. Der zugehörige Parameterwert  $s_{\infty}/2 t$  gibt einen ersten Näherungswert für  $k_{\infty}$ . Damit berechnet man den Parameter  $H$ . Die zu diesem Parameter gehörige nunmehr einparametrische Kurvenschar vergleicht man wieder mit der experimentellen Kurve und bestimmt den nächsten Näherungswert  $k_{\infty}$ . Nach ein bis zwei Iterations schritten hat man den endgültigen Wert  $k_{\infty}$  gefunden, und eine weitere Iteration liefert immer denselben Wert für  $k_{\infty}$ .

In Abb. 3 wird eine Interferenzaufnahme und daraus durch Mittelung gewonnene experimentelle Kurve der theoretischen Kurvenschar gegenübergestellt. Bei der Auswertung selbst wurden die Interferenzaufnahmen im Negativ auf die theoretische Kurvenschar projiziert, um einen optimalen Vergleich zu ermöglichen. Abb. 3 vermittelt ein Gefühl dafür, mit welcher Genauigkeit die Bestimmung des Parameters  $s_{\infty}/2 t$  möglich ist. Es ist zu beachten,

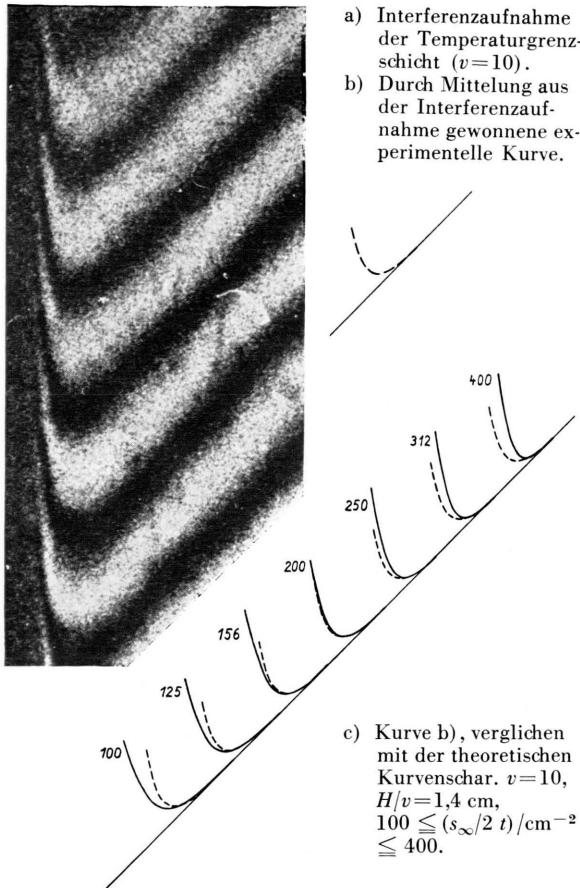


Abb. 3. Gegenüberstellung von Interferenzaufnahme (a), experimenteller Kurve (b) und theoretischer Kurvenschar (c).

daß die Interferenzstreifen mit der entsprechenden theoretischen Kurve nur am Grenzschichtrand verglichen werden dürfen. Etwa von der Stelle ab, wo die Interferenzstreifen einen halben Streifenabstand von der Verlängerung ihrer Asymptoten entfernt sind, verlaufen die theoretischen Kurven flacher und sind als Näherung nicht mehr brauchbar.

### Versuchsanordnung

Abb. 4 zeigt das Schema der Versuchsanordnung von oben gesehen. Als Stoßrohr dient ein rundes Stahlrohr mit einem Innendurchmesser von 100 mm und einem Außendurchmesser von 200 mm. Der Lauf des Rohres ist ca. 11 m lang. Das Treibrohr hat bei gleichem Durchmesser eine Länge von genau 1 m. Zur Erzeugung der Stoßwellen wird eine angefräste Kupfermembran benutzt, die bei einem bestimmten Überdruck platzt. Das Ende des Stoßrohrs mit der Meßkammer und dem Abschlußzapfen ist in Abb. 4 schematisiert dargestellt.

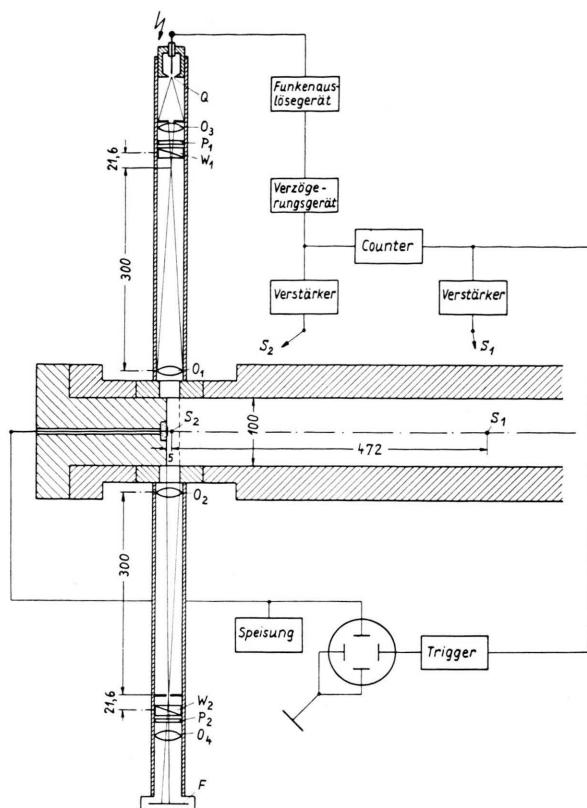


Abb. 4. Prinzip der Versuchsanordnung.

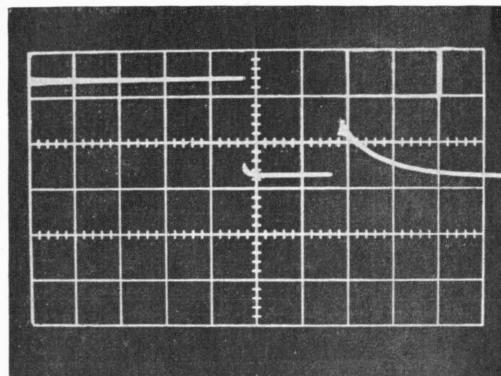
Zur Messung der Stoßwellengeschwindigkeit und zur Auslösung des Beleuchtungsfunkens sind zwei Widerstandssonden S<sub>1</sub> und S<sub>2</sub> in zwei seitlichen Bohrungen angebracht. S<sub>2</sub> befindet sich genau über der Meßkammermitte, S<sub>1</sub> in einem Abstand von 472 mm vor S<sub>2</sub>.

Die Sonde S<sub>1</sub> startet bei Ankunft des Stoßes einen Megahertzcounter und triggert gleichzeitig einen Oszilloskop. Die Sonde S<sub>2</sub> stoppt den Counter und gibt einen Eingangsimpuls in das Verzögerungsgerät. Der verzögerte Impuls löst den Beleuchtungsfunken aus. Die mit dem Counter gemessene Stoßwellengeschwindigkeit gestattet die Berechnung des Gaszustandes hinter dem reflektierten Stoß<sup>3</sup>.

In die Endwand des Stoßrohres ist ein Widerstandsthermometer eingebaut, welches das Signal der Oberflächentemperatur auf den Oszilloskop gibt. Abb. 5 zeigt den Rechteckverlauf des Temperatursignals, welcher mit der Theorie der Temperaturgrenzschicht in Einklang steht. Durch eine elektrische Einstreuung vom Beleuchtungsfunken wird der Rechteckimpuls unterbrochen.

Das Differentialinterferometer ist so angebracht, daß seine Achse die Stoßrohrachse senkrecht schneidet. Der parallele Strahlengang zwischen O<sub>1</sub> und O<sub>2</sub> verläuft

<sup>3</sup> S. FELDMAN, Hypersonic Gas Dynamic Charts for Equilibrium Air, Avco Research Lab. 1957.

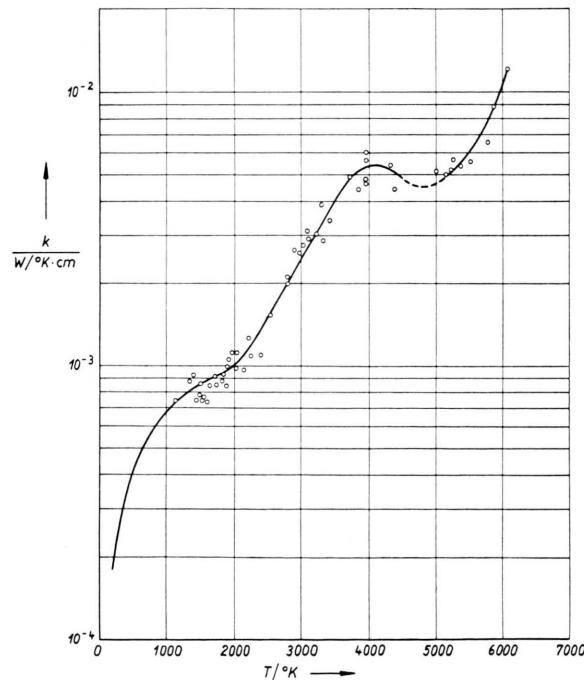
Abb. 5. Verstärkung 0,005 V/cm, Zeitablenkung  $10^{-4}$  sec/cm.

genau parallel zur Endwand des Stoßrohres. Die Meßkammerfenster haben einen Durchlaßquerschnitt von ca.  $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ . Bei einer Brennweite von 30 cm der Objektive  $O_1$  und  $O_2$  ergibt dies eine wirksame Öffnung des Strahlenganges von 1 : 10. Die Konstanten des Interferometers in Gl. (17) hatten die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}\beta &= \pi/4, & b &= -3,76 \cdot 10^4 \text{ cm}, \\ e &= 0,3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}, & a &= 1,78 \cdot 10^{-1} \text{ cm},\end{aligned}$$

### Ergebnis und Diskussion

Die Auswertung einer Serie von ca. 50 Interferenzaufnahmen liefert das in Abb. 6 dargestellte Ergebnis. Eine ausführliche Fehlerbetrachtung<sup>4</sup>

Abb. 6. Experimentell gewonnener Verlauf der Wärmeleitfähigkeit mit der Temperatur in Luft bei  $\varrho = \frac{1}{10} \varrho_N$ .

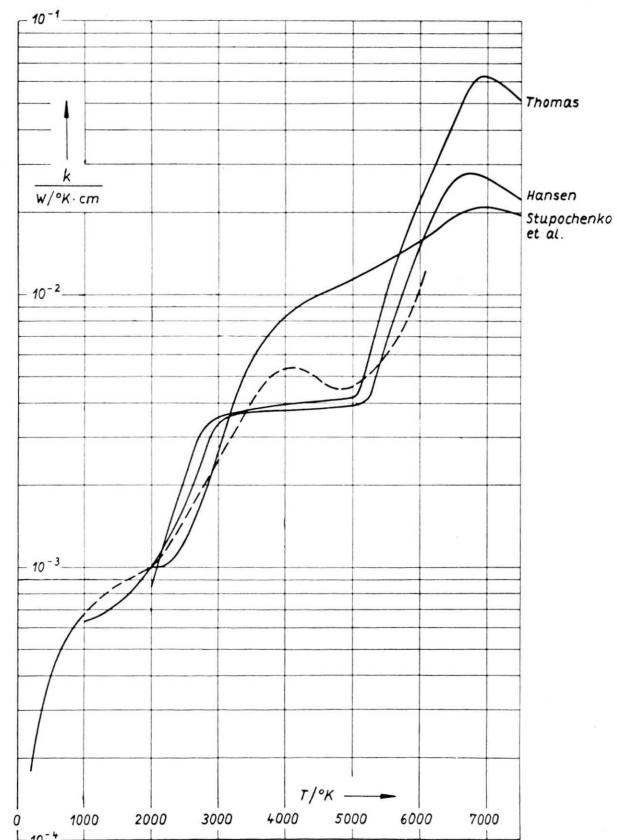
zeigt, daß der maximale Fehler 50% nicht übersteigt, vermutlich sogar als weit geringer angenommen werden kann.

Der in Abb. 6 dargestellte Verlauf der Wärmeleitfähigkeit mit der Temperatur läßt sich leicht physikalisch deuten. Für Temperaturen  $T \leq 1800^\circ\text{K}$  ist in Luft noch keine Dissoziation oder gar Ionisation vorhanden. Man kann in diesem Fall die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit durch folgende Gleichung beschreiben:

$$k = \frac{c c_v m}{3 \sqrt{2} q (1 + C/T)}. \quad (19)$$

Dabei bedeuten  $c_v$  die spezifische Wärme bei konstantem Volumen,  $q$  den Streuquerschnitt und  $m$  die Masse der als gleich angenommenen  $\text{N}_2$ - bzw.  $\text{O}_2$ -Moleküle und  $C$  die SUTHERLANDSche Konstante. Die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle  $\bar{c}$  beträgt bei MAXWELLScher Geschwindigkeitsverteilung:

$$\bar{c} = 2 \sqrt{2 R T / \pi}. \quad (20)$$

Abb. 7. Wärmeleitfähigkeitsverlauf, experimentell bei  $\varrho = \frac{1}{10} \varrho_N$  (---), theoretisch berechnet bei Atmosphärendruck (—).<sup>4</sup> G. SMEETS, Dissertation, Freiburg i. Br. 1964.

Im Geltungsbereich der Gl. (19) hängt die Wärmeleitfähigkeit in dreifacher Weise von der Temperatur ab. Wäre  $C = 0$  und  $c_v = \text{const.}$ , so wäre  $k$  gemäß (20) proportional  $\sqrt{T}$ . Da aber  $c_v$  wegen der mit wachsender Temperatur erfolgenden Anregung der Schwingungsfreiheitsgrade mit der Temperatur langsam zunimmt und der Ausdruck  $(1 + C/T)^{-1}$  für  $C > 0$  ebenfalls steigt, wächst  $k$  etwas stärker als mit  $\sqrt{T}$ . Eine Abhängigkeit von der Dichte ist, wie Gl. (19) zeigt, nicht vorhanden.

Der bei etwa  $1800^\circ\text{K}$  einsetzende sehr viel stärkere Anstieg der Wärmeleitfähigkeit ist auf die Dissoziation des Sauerstoffs zurückzuführen. Gl. (19) ist hier nicht mehr anwendbar, weil nun ein zusätzlicher Beitrag zur Wärmeleitfähigkeit dadurch entsteht, daß die Sauerstoffatome, ihrem Konzentrationsgefälle folgend, in kältere Gebiete diffundieren und dort wieder rekombinieren. Immerhin läßt Gl. (19) noch

erkennen, daß die Wärmeleitfähigkeit nun stark ansteigen und zudem dichteabhängig werden muß, denn diese beiden Eigenschaften bringen die spezifische Wärme  $c_v$  mit.

Bei etwa  $4000^\circ\text{K}$  ist der Sauerstoff schon größtentheils dissoziiert, und der Beitrag infolge Dissoziation zur Wärmeleitfähigkeit schwächt sich ab. Erst mit einsetzender Dissoziation des Stickstoffs (ca.  $4700^\circ\text{K}$ ) steigt die Wärmeleitfähigkeit erneut stark an.

In Abb. 7 wird der experimentell gefundene Verlauf von  $k$  drei theoretisch berechneten Wärmeleitfähigkeitsverläufen bei Atmosphärendruck von HANSEN, THOMAS und STUPOCHENKO gegenübergestellt. Die theoretischen Verläufe sind dem Manuscript eines Tagungsvortrags von FAY entnommen<sup>5</sup>. Die experimentelle Kurve befindet sich in befriedigender Übereinstimmung mit den Kurven von THOMAS und HANSEN.

<sup>5</sup> J. A. FAY, Hypersonic Heat Transfer in the Air Laminar Boundary Layer, AGARD Hypersonic Specialists' Conference, Brüssel, April 1962.

## Lichtmischung in endlichen Plasmavolumen

A. SALAT

Institut für Plasmaphysik GmbH, Garching bei München

(Z. Naturforschg. **20 a**, 689—695 [1965]; eingegangen am 9. Februar 1965)

A third order scattering process of laser light in a fully ionized plasma is considered, extending previous work by KROLL, RON, and ROSTOKER<sup>1</sup>. Two laser beams may cause the plasma to oscillate with relatively high amplitude if the difference of their frequencies approaches the electron plasma frequency. The light of either one of the beams or of a third beam may be scattered by the induced fluctuations. The plasma is described macroscopically by a cold electron fluid. Special emphasis is given to the finite dimensions of the scattering volume. The results give detailed information about the angular width and intensity of the scattered light. Marked differences in the use of a two and a three laser system are pointed out, the former giving less intensity, the later being more difficult to realize experimentally.

Über die „Mischung“ von Laserlicht in vollionisierten Plasmen sind bisher mehrere Arbeiten erschienen<sup>1—8</sup>. Von ihnen verdient eine<sup>1</sup> unter experimentellen Gesichtspunkten besonders Interesse, da hohe Intensitäten des nichtlinearen Streulichtes vorhergesagt werden.

Es ist bekannt, daß durch die gleichzeitige Verwendung von zwei Laserstrahlen nichtlineare koärerente Dichteschwankungen im Plasma erzwungen werden<sup>1, 7</sup>. Wenn die Differenz der beiden eingesetzten Frequenzen der Plasmafrequenz nahekommt, wächst die Amplitude der Fluktuationen

<sup>1</sup> N. KROLL, A. RON u. N. ROSTOKER, Phys. Rev. Letters **13**, 83 [1964].

<sup>2</sup> H. BERK, Phys. Fluids **7**, 917 [1964].

<sup>3</sup> D. DU BOIS u. V. GILINKSY, Phys. Rev. **135**, A 995 [1964].

<sup>4</sup> W. H. KEGEL, Proc. VI-th Intern. Conf. Ionization Phenomena in Gases, Paris 1963, Vol. III, p. 189.

<sup>5</sup> P. PLATZMAN, S. BUCHSBAUM u. N. TZOAR, Phys. Rev. Letters **12**, 573 [1964].

<sup>6</sup> A. SALAT u. A. SCHLÜTER, Z. Naturforschg. **20 a**, 458 [1965].

<sup>7</sup> F. SLUTTER, Phys. Letters **7**, 325 [1963].

<sup>8</sup> VACHASPAKI, Phys. Rev. **128**, 664 [1962].